

केवल अभ्यास हेतु नमूना प्रश्न पत्र
Sample Question Paper for Practice only
हायर सेकेण्डरी परीक्षा –2024
Higher Secondary Examination –2024
विषय – उच्च गणित
Subject Name –Higher Mathematics
(Hindi & English Versions)

| Total Question | Total Printed Pages | Time | Maximum Marks |
|----------------|---------------------|--------|---------------|
| 23 | 12 | 3 Hour | 80 |

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं।
(iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 23 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
(ii) Question numbers 1 to 5 are objective type questions.
(iii) Internal options have been given in question numbers 6 to 23.

(1) सही विकल्प चुनकर लिखिए :

1x6=6

i) फलन $f: R \rightarrow R, f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है तब –

- a) f एकैकी आच्छादक है, b) f बहुएकक आच्छादक है
c) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है d) f न तो एकैकी है और न तो
आच्छादक है।

ii) \tan^{-1} की मुख्य शाखा का परिसर है –

- a) $(0, \pi)$ b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
c) R d) $(0, 2\pi)$

iii) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान है –

- a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$
c) π d) $\frac{3\pi}{2}$

iv) $\left| \begin{matrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{matrix} \right|$ का मान होगा -

a) 0

b) x

c) $x^2 + 1$

d) 1

v) यदि दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण θ है तो

$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ जब θ बराबर है -

a) 1

b) $\frac{\pi}{4}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) π

vi) यदि एक रेखा के दिक् कोसाइन l, m, n हैं तो $\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$ का मान होगा -

a) 0

b) 1

c) $\frac{1}{2}$

d) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Choose and write correct option -

(i) If function f defined by $f: R \rightarrow R, f(x) = x^4$ then

a) f is one-one onto

b) f is many one onto

c) f is one-one but not onto

d) f is neither one-one nor onto.

ii) Range of principal value of \tan^{-1} is

a) $(0, \pi)$

b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

c) R

d) $(0, 2\pi)$

iii) If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$ then value of α is

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) π

d) $\frac{3\pi}{2}$

iv) Value of $\left| \begin{matrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{matrix} \right|$ is

a) 0

b) x

c) $x^2 + 1$

d) 1

v) If angle between \vec{a} and \vec{b} is θ , $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ when θ is equal to -

a) 1

b) $\frac{\pi}{4}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) π

vi) If direction cosine of a line are l, m, n then value of

$\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$ is

a) 0

b) 1

c) $\frac{1}{2}$

d) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

1x6=6

- i) यदि समुच्चय A पर परिभाषित संबंध $R = A \times A$ तब R संबंध कहलाता है।
- ii) $\sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ का मान..... होगा।
- iii) यदि $A = A'$ तो A आव्यूह कहलाता है।
- iv) यदि $A, 3 \times 3$ का कोटि का वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = 5$ तो $|\text{adj}A|$ का मान..... है।
- v) $\sin\sqrt{x}$ का अवकलन गुणांक है।
- vi) किसी वृत्त के क्षेत्रफल परिवर्तन की दर त्रिज्या के सापेक्ष.....होगी जबकि त्रिज्या 4 सेमी है।

Fill in the blanks -

- i) If relation $R = A \times A$ defined on set A then relation R is called
- ii) value of $\sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ is.....
- iii) If $A = A'$ then matrix A is called.....
- iv) If A is a square matrix of order 3×3 and $|A| = 5$ then value of $|\text{adj}A|$ is.....
- v) Differential coefficient of $\sin\sqrt{x}$ is.....
- vi) Rate of change in area of any circle with respect to the radius, will be when radius is 4cm

(3) सत्य/असत्य लिखिए –

1x6=6

- i) समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R स्वतुल्य कहलाता है यदि प्रत्येक $a \in A$ के लिए $(a, a) \in R$
- ii) किसी वर्ग आव्यूह को एक सममित और एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में निरूपित किया जा सकता है।
- iii) प्रत्येक परिमेय फलन संतत होता है।
- iv) यदि E एवं F स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो $P(E \cap F) = P(E).P(F)$

v) $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}$ एक समघात अवकल समीकरण है ।

vi) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या तीन होती है ।

Write true and false -

- i) Relation R defined on set A is called reflexive when for every $a \in A$, $(a, a) \notin R$
- ii) Any square matrix can represent in the form of addition of a symmetric and a skew symmetric matrix.
- iii) Every rational function is a continuous function.
- iv) If E and F are independent events then $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$
- v) $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}$ is a homogeneous differential equation
- vi) Number of arbitrary constants in particular solution of a differential equation of order three are 3.

(4) सही जोड़ी बनाइये -

1x7=7

| स्तम्भ अ | स्तम्भ ब |
|--|--------------------------|
| i) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ | a) $-\cot x + c$ |
| ii) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ | b) $\tan x + c$ |
| iii) $\int \tan^2 x dx$ | c) $-\cot x - x + c$ |
| iv) $\int \cot^2 x dx$ | d) $\tan x - x + c$ |
| v) $\int \frac{1}{\sec x} dx$ | e) $-\cos x + c$ |
| vi) $\int \frac{1}{\operatorname{cosec} x} dx$ | f) $\sin x + c$ |
| vii) $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ | g) $-\log \cos^2 x + c$ |
| | h) $\log \sec x + c$ |
| | i) $\log \sin^2 x + c$ |

Match the correct column -

| Column A | Column B |
|--|--------------------------|
| i) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ | a) $-\cot x + c$ |
| ii) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ | b) $\tan x + c$ |
| iii) $\int \tan^2 x dx$ | c) $-\cot x - x + c$ |
| iv) $\int \cot^2 x dx$ | d) $\tan x - x + c$ |
| v) $\int \frac{1}{\sec x} dx$ | e) $-\cos x + c$ |
| vi) $\int \frac{1}{\operatorname{cosec} x} dx$ | f) $\sin x + c$ |
| vii) $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ | g) $-\log \cos^2 x + c$ |
| | h) $\log \sec x + c$ |
| | i) $\log \sin^2 x + c$ |

(5) एक वाक्य/शब्द में उत्तर लिखिए –

1x7=7

i) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ का मान लिखिए।

ii) $\sin x$ किस अंतराल में वर्धमान फलन है लिखिए।

iii) $\frac{dy}{dx} + y = x$ का समाकलन गुणक लिखिए।

iv) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1$ का व्यापक हल लिखिए।

v) दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लम्बवत् होने की शर्त लिखिए।

vi) यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ और $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ तो सदिश \vec{a} और \vec{b} बारे में आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं लिखिए।

vii) यदि $P(E)=0.6$ तथा $P(E \cap F) = 0.2$ तो $P\left(\frac{F}{E}\right)$ ज्ञात कीजिए।

Write answer in one word/sentence -

i) Write the value of $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

ii) Write in which interval $\sin x$ is an increasing function.

iii) Write integrating factor of $\frac{dy}{dx} + y = x$.

iv) Write general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = 1$

v) write the condition of perpendicularity of two vectors \vec{a} and \vec{b}

vi) If $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ and $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ then what result you can find about \vec{a} and \vec{b}

vii) If $P(E)=0.6$ and $P(E \cap F) = 0.2$ then write the value of $P\left(\frac{F}{E}\right)$

(6) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R = \{(1,2), (2,1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध

सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

2

Prove that relation given by $R = (1,2), (2,1)$ in set $\{1,2,3\}$ is symmetric but neither reflexive nor transitive

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी फलन $f: \{1,2,3\} \rightarrow \{1,2,3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है।

Prove that a one – one function $f: \{1,2,3\} \rightarrow \{1,2,3\}$ is necessarily onto

(7) दिए गये फलन को सरलतम रूप में लिखिए।

2

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, \quad 0 < x < \pi$$

Write given function in the simplest form

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, \quad 0 < x < \pi$$

अथवा / OR

$\tan^{-1}[2\cos(2\sin^{-1}\frac{1}{2})]$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\tan^{-1} \left[2 \cos \left(2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right]$

(8) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए –

2

$$\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

Find the value of –

$$\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

अथवा / OR

दिए गये फलन को सरलतम रूप में लिखिए –

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right), -\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$$

Write given function in the simplest form –

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right), -\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$$

(9) यदि $x = 2at^2, y = at^4$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

2

If $x = 2at^2, y = at^4$ then find $\frac{dy}{dx}$

अथवा / OR

$\frac{e^x}{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Find differentiation of $\frac{e^x}{\sin x}$ with respect to x

(10) सिद्ध कीजिए कि R पर $f(x) = 3x + 17$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

2

Prove that function on R given by $f(x) = 3x + 17$ is increasing

अथवा / OR

अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^2 + 3x$ से प्रदत्त फलन f वर्धमान है।

Find interval in which function f given by $f(x) = 2x^2 + 3x$ is increasing.

(11) एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से 3cm/s की दर से बढ़ रही है ज्ञात कीजिए वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 10सेमी है।

2

Radius of a circle is increasing at the rate of 3cm/sec Find rate of increasing area of circle when radius of circle is 10cm

अथवा / OR

किसी उत्पाद की x इकाईयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय $R(x)$ रूपों में $R(x) = 3x^2 + 26x + 15$ से प्राप्त है सीमांत आय ज्ञात कीजिए जब $x = 5$ है।

The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2 + 26x + 15$. Find the marginal revenue when $x = 5$

- (12) अवकल समीकरण $x^5 \frac{dy}{dx} = -y^5$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

Find general solution of the differential equation $x^5 \frac{dy}{dx} = -y^5$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$, $(-2 < y < 2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}, (-2 < y < 2)$$

- (13) सदिश $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find the unit vector in the direction of vector $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

अथवा / OR

सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of the vector $\hat{i} + \hat{j}$ on the vector $\hat{i} - \hat{j}$

- (14) उस रेखा के दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है। 2

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes

अथवा / OR

बिन्दु $(1,2,3)$ से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ के समान्तर है।

Find the equation of the line which passes through the point $(1,2,3)$ and is parallel to the $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

- (15) यदि $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 8$ और $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$ हो तो $|\vec{a}|$ एवं $|\vec{b}|$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $|\vec{a}|$ and $|\vec{b}|$, if $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 8$ and $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$

अथवा / OR

यदि एक मात्रक सदिश \vec{a} के लिए $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 12$ तो $|\vec{x}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If \vec{a} is a unit vector and $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 12$, then find $|\vec{x}|$

- (16) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो A तथा B का गुणनफल ज्ञात कीजिए। 3

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find the product of A and B

अथवा / OR

यदि $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ तो X तथा Y ज्ञात कीजिए।

If $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ then find X and Y

- (17) वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 9$

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- (18) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए: 3

निम्न व्यरोधों के अंतर्गत

$$x + 3y \geq 10; 3x + 4y \leq 24; x \geq 0; y \geq 0$$

$z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically:

Minimise $z = 200x + 500y$ subject to constraints:

$$x + 3y \geq 10; 3x + 4y \leq 24; x \geq 0; y \geq 0$$

अथवा / OR

आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए:

निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए:

$$x + y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$$

Solve the following linear programming problem graphically:

Maximise $z = 3x + 4y$ subject to the constraints: $x + y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$

- (19) एक परिवार में दो बच्चे हैं यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है। 3

A family has two children, what is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy.

अथवा / OR

एक न्याय्य पांसे को उछाला गया है घटनाओं $E = \{1,3,5\}, F = \{2,3\}$ और $G = \{2,3,4,5\}$ के लिए निम्न ज्ञात कीजिए—

$$P\left(\frac{E}{G}\right) \text{ और } P\left(\frac{G}{E}\right)$$

A fair die is rolled. Consider events $E = \{1,3,5\}, F = \{2,3\}$ and

$G = \{2,3,4,5\}$ then find $P\left(\frac{E}{G}\right)$ and $P\left(\frac{G}{E}\right)$

- (20) K के उस मान को ज्ञात कीजिए जिससे प्रदत्त फलन 4

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad x = \frac{\pi}{2} \text{ पर संतत हो।}$$

Find the value of k for which given function.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{is continuous at } x = \frac{\pi}{2}$$

अथवा / OR

क्या $f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{यदि } x \leq 2 \\ 3 & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन एक संतत फलन है।

Is function defined by $f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{यदि } x \leq 2 \\ 3 & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$ is a continuous function.

(21) दिए गये समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए –

4

$$5x - 2y = 4$$

$$7x + 3y = -5$$

Solve given system of equation by matrix method .

$$5x - 2y = 4$$

$$7x + 3y = -5$$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तो प्रदर्शित कीजिए $A^2 - 4A + I = 0$ जहाँ I कोटि 2×2 तत्समक आव्यूह है, तथा 0 कोटि 2×2 का शून्य आव्यूह है। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 - 4A + I = 0$ where I is an identity matrix of order 2×2 and 0 is a zero matrix of order 2×2 and hence find A^{-1}

(22) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4

Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$

अथवा / OR

$\int x \sin^{-1} x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int x \sin^{-1} x dx$

(23) निम्नलिखित रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए—

4

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k});$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

Find the shortest distance between following lines.

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k});$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

अथवा / OR

यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{4y-8}{8k} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{x-1}{3k} = \frac{2y-7}{2} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लंब हो तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

If lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{4y-8}{8k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{2y-7}{2} = \frac{z-6}{-5}$

are mutually perpendicular then find the value of k .